



TITLE:

# サンプル値 $H^\infty$ 最適化にもとづく 回り込み波キャンセラの設計

AUTHOR(S):

笹原, 帆平; 永原, 正章; 林, 和則; 山本, 裕

---

CITATION:

笹原, 帆平 ...[et al]. サンプル値 $H^\infty$ 最適化にもとづく回り込み波キャンセラの設計. 電子情報通信学会技術研究報告 2014

ISSUE DATE:

2014-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/189117>

RIGHT:

© 電子情報通信学会(IEICE)

社団法人 電子情報通信学会  
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,  
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報  
TECHNICAL REPORT OF IEICE.

# サンプル値 $H^\infty$ 最適化にもとづく回り込み波キャンセラの設計

笹原 帆平<sup>†</sup> 永原 正章<sup>†</sup> 林 和則<sup>†</sup> 山本 裕<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 京都大学情報学研究科

あらまし 本発表では、単一周波数を用いた全二重中継局における回り込み波の問題を考察する．従来、回り込み波をキャンセルするためにデジタルフィルタやアダプティブアレーアンテナが用いられているが、その定式化においてサンプル点間の応答を考慮しておらず、サンプル点間の振動がポジティブフィードバックによって増幅され、性能が悪化する可能性がある．この問題に対処するため、本研究では、サンプル値  $H^\infty$  最適化法を導入し、サンプル点間を含めた性能を最適化する手法を提案する．また、数値シミュレーションによって提案法の有効性を示す．

キーワード 無線通信，回り込み波抑制，サンプル値制御理論， $H^\infty$  最適化

## Design of Coupling Wave Canceler based on Sampled-Data $H^\infty$ Optimization

Hampei SASAHARA<sup>†</sup>, Masaaki NAGAHARA<sup>†</sup>, Kazunori HAYASHI<sup>†</sup>, and Yutaka YAMAMOTO<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Informatics, Kyoto University

**Abstract** In this article, we consider the problem of coupling waves in a single-frequency full-duplex relay station. Conventional design methods give a digital filter or an adaptive array antenna that cancels the effect of coupling waves on the sampling instants. However, they ignore intersample oscillations that may be gained in the positive feedback loop, and thus degrade the performance. To solve this problem, we propose sampled-data  $H^\infty$  design of digital filters that cancel the continuous-time effect of coupling waves. Simulation results are shown to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words** wireless communication, coupling wave cancelation, sampled-data control,  $H^\infty$  optimization

### 1. はじめに

無線通信システムでは、搬送波が減衰して届きにくい地点間で通信を行うために中継局が用いられる．一方、周波数帯域には制限があり、少ない周波数資源を効率よく利用することが重要である．そのため、単一の搬送波周波数を利用する単一周波数ネットワークが検討されている [1]．しかし、このような単一周波数ネットワークにおいて全二重の中継局を用いる場合、中継局自身の送信信号が同じ中継局の受信部に回り込んで発振してしまうという自己干渉の問題がある [2]．

回り込み波による自己干渉を図 1 に示す．図中では搬送波周波数  $f_1$  の電波が基地局 (BS) から送信される．受信点 T1 は基地局から直接信号を受信するが、受信点 T2 は基地局から地理的に離れており、信号を直接受け取ることができない．よって、電波の中継を行う中継局 (RS) を基地局と受信点との間に設置する．この時、中継局の送信アンテナから受信アンテナに搬送波周波数  $f_1$  の電波が直接、あるいは物体に反射し回り込む．その結果、中継局において自己干渉が発生し、信号の劣化

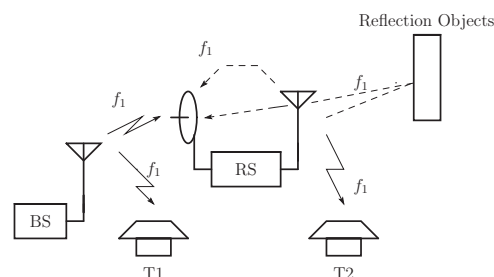


図 1 自己干渉 (破線は干渉波を表す)

や、発振現象が起こる．

この自己干渉の問題の解決法として、適応信号処理により回り込み波の影響を抑制する手法がこれまで提案されている．具体的には、LMS (least mean square) アルゴリズムを用いる手法 [3] やアダプティブアレーアンテナを用いる手法 [4] がある．これらの研究では、中継局を離散時間システムとしてモデル化しており、離散時間領域において性能を最適化している．しかし、電波伝搬は連続時間で発生している物理現象であり、その

影響は連続時間領域で考えるべきである．すなわち，回り込み波キャンセラの性能は，サンプル点間の振る舞いを考慮に入れて議論しなければならない．

原理的には，信号が Nyquist 周波数以下に厳密に帯域制限されている場合，サンプル点間応答をサンプル点上の信号から復元することができ [5]，離散時間領域のみを考えるアプローチは有効である．しかし，完全帯域制限の仮定は現実の信号ではほとんど満たされない．すなわち，実際のベースバンド信号は完全に帯域制限されることは無い（もしそうでなければ，その信号は非因果的となる [6, Chap. 1]）．また，レイズドコサインフィルタ等のパルス整形フィルタの性質や，電気回路の非線形性から Nyquist 周波数以上の成分が発生することもある．直観的には，サンプリング周期を十分速くすれば仮定は満たされ問題は発生しないように思えるが，それは正しくない．第一に，現実のシステムのサンプリングの高速化には限界があるためであり，第二に，サンプリングが高速であっても，フィードバックシステムのサンプル点間で発振が発生することがあるためである [7, Sect. 7]．

以上の問題を解決するため，本稿ではサンプル値制御理論を用いてサンプル点間応答を陽に考慮したデジタル回り込み波キャンセラの設計法を提案する [7], [8]．すなわち，通信電波と回り込み波を連続時間信号としてモデル化し，回り込み波の影響が最大となる最悪ケースの誤差を最小化するデジタルフィルタを設計する．これは，サンプル値  $H^\infty$  制御問題として定式化でき，この問題は高速サンプル・ホールド (FSFH) 手法を用いて数値計算により効率的に解くことができる [9], [10]．また，設計例により，提案手法の有効性を示す．

## 記 法

本稿では以下の記法を用いる． $L^2$  を区間  $[0, \infty)$  で Lebesgue 二乗可積分関数の集合とし，そのノルムを  $\|\cdot\|_{L^2}$  と書く．また， $t, s, z$  をそれぞれ時間変数，ラプラス変換後の変数， $Z$  変換後の変数を表すとする．作用素  $e^{-Ls}$  は遅れ時間  $L \geq 0$  のむだ時間システムを表す．作用素  $S_h, \mathcal{H}_h$  はそれぞれサンプリング周期  $h > 0$  の理想サンプラおよび 0 次ホールドであり，それぞれ

$$S_h : \{y(t)\} \mapsto \{y_d[n]\} : y_d[n] = y(nh), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\mathcal{H}_h : \{u_d[n]\} \mapsto \{u(t)\} : u(t) = u_d[n],$$

$$t \in [nh, (n+1)h), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

と定義される．

## 2. 中継局モデルと設計問題

図 2 に中継局と回り込み波，回り込み波キャンセラのモデルを示す．中継局の特性を連続時間の線形時不変システム  $G(s)$  でモデル化する．また，回り込み経路特性を連続時間線形時不変システム  $P(s)$  と遅れ時間  $L > 0$  のむだ時間要素  $e^{-Ls}$  でモデル化する．サンプリング周期を  $h > 0$  とする．デジタル回り込み波キャンセラは，理想サンプラ  $S_h$ ，デジタルフィルタ  $K(z)$  および 0 次ホールド  $\mathcal{H}_h$  の 3 つの要素を含む．

デジタルフィルタ  $K(z)$  の設計問題を以下で定式化する．

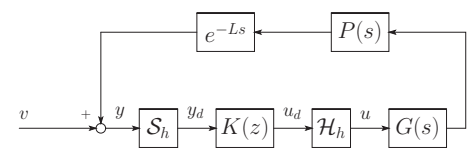


図 2 閉ループ回り込み波キャンセラ

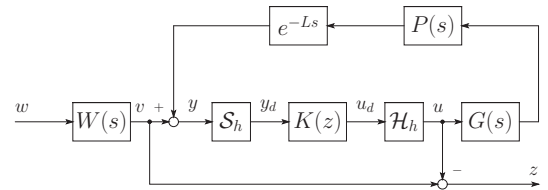


図 3 閉ループ回り込み波キャンセラ設計のためのブロック線図

ここでの設計目標は，図 2 の閉ループ系を安定化し，自己干渉の影響  $z := v - u$  を最小化するフィルタを求めることである．入力信号の特性として以下の集合

$$WL^2 := \{v = Ww : w \in L^2, \|w\|_{L^2} = 1\}$$

を考え，信号は  $WL^2$  に含まれると仮定する．ただし， $W$  は実有理かつ安定，厳密にプロパーな伝達関数  $W(s)$  で表される連続時間の線形時不変システムである．ここで，設計問題は以下のように定式化される．

[問題 1] 閉ループ系を安定化し，任意の  $v \in WL^2$  に対して誤差信号  $z = v - u$  の  $L^2$  ノルムを一様に最小化するデジタルフィルタ  $K(z)$  を求めよ．

この問題は標準的なサンプル値  $H^\infty$  制御問題に帰着させることができる [7], [8]．これを示すために，図 3 のブロック線図を考える． $T_{zw}$  を  $w$  から  $z$  までのシステムとする．これより  $z = v - u = T_{zw}w$  を得る．任意の  $v \in WL^2$  に対して  $\|z\|_{L^2}$  を一様に最小化することは， $T_{zw}$  の  $H^\infty$  ノルム，すなわち

$$\|T_{zw}\|_\infty = \sup_{w \in L^2, \|w\|_{L^2} = 1} \|T_{zw}w\|_{L^2}$$

を最小化することと等価である． $\Sigma(s)$  を

$$\Sigma(s) = \begin{bmatrix} W(s) & -1 \\ W(s) & e^{-Ls}P(s)G(s) \end{bmatrix}$$

で与えられる一般化プラントとする．これを用いれば，

$$T_{zw}(s) = \mathcal{F}(\Sigma(s), \mathcal{H}_h K(z) S_h)$$

と書くことができる．ただし， $\mathcal{F}$  は線形分数変換 (LFT) を表す [8]．図 4 にこの LFT のブロック線図を示す．以上より，設計問題は  $\|T_{zw}\|_\infty$  を最小化するデジタルコントローラ  $K(z)$  を求めることに帰着された．これは標準的なサンプル値  $H^\infty$  制御問題であり，FSFH の手法を用いて数値計算により効率的に解くことができる．

もし， $\|T_{zw}\|_\infty$  を最小化するコントローラ  $K(z)$  が存在すれば，閉ループ系は安定であり，自己干渉の影響  $z = v - u$  はその  $H^\infty$  ノルムで抑えられる．すなわち，次の定理を得る．

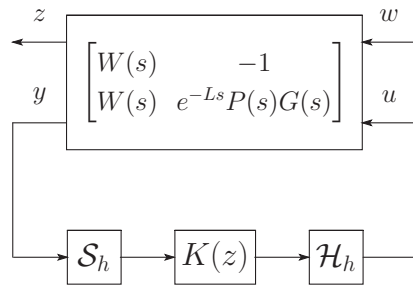


図 4 LFT  $T_{zw} = \mathcal{F}(\Sigma, \mathcal{H}_h K S_h)$

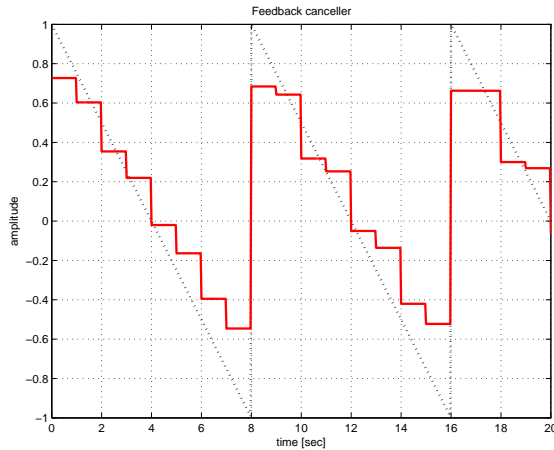


図 5 サンプル制御による復元信号  $u$  (実線) と元信号  $v$  (破線)

[定理 1] ある  $\gamma > 0$  が存在して,  $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma$  と仮定する. このとき, 図 2 の閉ループ系は安定であり, 任意の  $v \in WL^2$  に対して  $\|v - u\|_{L^2} \leq \gamma$  が成り立つ.

証明: まず, 閉ループ系が不安定であると仮定すると,  $\|T_{zw}\|_\infty$  は非有界となる. 次に, 任意の  $v \in WL^2$  に対し,  $w \in L^2, v = Ww, \|w\|_{L^2} = 1$  となる  $w$  が存在する. よって,  $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma$  より  $\|v - u\|_{L^2} = \|T_{zw}w\|_{L^2} \leq \|T_{zw}\|_\infty \|w\|_{L^2} \leq \gamma$  が成り立つ.  $\square$

### 3. 数 値 例

本節では, シミュレーションにより提案手法の有効性を示す. サンプルング周期を  $h = 1$  [sec] に正規化する. また回り込み経路を  $P(s) = 0.25/(s+1)$  の 1 次系と  $L = 1$  秒のむだ時間  $e^{-s}$  でモデル化する. すなわち, むだ時間はサンプルング周期と等しいとする. 中継局のモデルを  $G(s) = 1000$  と仮定する. すなわち, 中継局では信号が 60 [dB] 増幅されるとする.

これらのパラメータのもとで, デジタルフィルタをサンプル値  $H^\infty$  最適化により設計する. ここで, アナログ入力信号の特性モデルとして  $W(s) = 1/(2s+1)$  を仮定する. FSFH の分割数を  $N = 16$  とする.

設計されたデジタルフィルタを用いて, 中継局のシミュレーションを行う. 中継局への入力信号としてノコギリ波を仮定する. 図 5 に得られた復元信号  $u$  と元のノコギリ波  $v$  を示す. また, 図 6 に誤差  $z = v - u$  を示す. フィードバックループに非常に大きなゲイン (60 [dB]) があるにもかかわらず, 良好

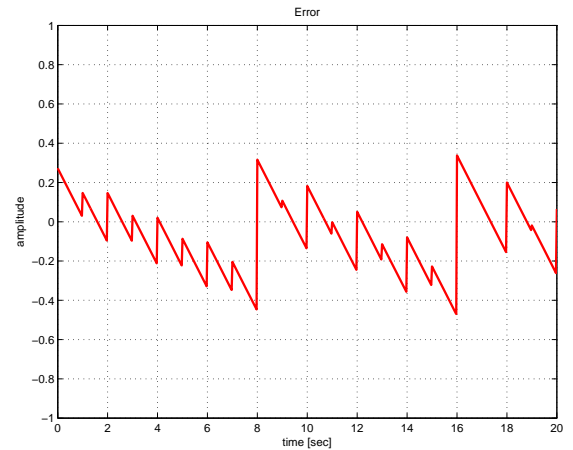


図 6 サンプル制御による復元誤差  $z = v - u$

な復元性能を示していることがわかる.

### 4. お わ り に

本発表では, 単一周波数を用いた全二重中継局における回り込み波の影響を連続時間系でモデル化し, サンプル点間を考慮に入れた回り込み波キャンセラの設計をサンプル値制御にもとづき行った. また数値例により提案手法の有効性を示した. 今後の課題としては, [11] で提案された FIR (Finite Impulse Response) フィルタの設計や [12] で提案された適応フィルタの設計が挙げられる.

### 文 献

- [1] A. Goldsmith, Wireless Communication, Cambridge University Press, 2005.
- [2] M. Jain, et al., "Practical, real-time, full duplex wireless," Proc. 17th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking (MobiCom), pp.301–312, 2011.
- [3] H. Sakai, T. Oka, and K. Hayashi, "A simple adaptive filter method for cancellation of coupling wave in OFDM signals at SFN relay station". Proc. 14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2006.
- [4] 能口, 林, 金子, 酒井, "周波数領域等価システムのための単一周波数全二重無線中継". 信学技報, 2012.
- [5] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," Proc. of the IRE, vol.37–1, pp.10–21, 1949.
- [6] B. Sklar, Digital Communications: Fundamentals and Applications, second edition, Prentice Hall, 2001.
- [7] Y. Yamamoto, "Digital control," Wiley Encyclopedia of Elect. Electron. Eng., vol.5, pp.445–457, 1999.
- [8] T. Chen and B. A. Francis, Optimal Sampled-Data Control Systems, Springer, 1995.
- [9] J. P. Keller and B. D. O. Anderson, "A new approach to the discretization of continuous-time systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.37, no.2, pp.214–223, 1992.
- [10] Y. Yamamoto, A. Madievski, and B. Anderson, "Approximation of frequency response for sampled-data control systems," Automatica, vol.35, no.4, pp.729–734, 1999.
- [11] M. Nagahara and Y. Yamamoto, "FIR digital filter design by sampled-data  $H^\infty$  discretization," Proc. IFAC World Congress, 2014. (to appear)
- [12] M. Nagahara, K. Hamaguchi, and Y. Yamamoto, "Active noise control with sampled-data filtered- $x$  adaptive algorithm," Mathematical System Theory, pp. 275–290, 2013.